

Sudoku et discours logique

(analyse d'un exemple)

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1			9						3
2			3		5	7			
3			8			1	2	9	
4	5				9		8		
5		2						4	
6			1		4				6
7		7	8	3				1	
8				4	2		9		
9	9						6		

Grille d'origine (niveau moyen)

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1			9						3
2			3		5	7			
3			8			1	2	9	
4	5				9		8		
5		2						4	
6			1		4				6
7		7	8	3		9		1	
8				4	2		9		
9	9						6		

Raisonnement 1 : sur la ligne 7, il manque les chiffres 2, 4, 5, 6 et 9. Or le 9 ne peut se trouver ni dans la colonne a, ni dans la colonne e, ni dans le carré g7-i9. Il est donc en f7.

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1			9			4			3
2			3		5	7			
3			8			1	2	9	
4	5				9		8		
5		2						4	
6			1		4				6
7		7	8	3		9		1	
8				4	2		9		
9	9						6		

Raisonnement 2 : Dans les trois colonnes centrales, seule la colonne f n'a pas encore de 4. Mais ce chiffre ne peut être placé que dans le carré intermédiaire du haut. Donc le 4 de la colonne f est en f1.

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1			9			4			3
2			3	9	5	7			
3			8			1	2	9	
4	5				9		8		
5		2						4	
6			1		4				6
7		7	8	3		9		1	
8				4	2		9		
9	9						6		

Raisonnement 3 : Dans la colonne d, le 9 ne peut pas être situé sur les lignes 4 à 9. Il ne peut pas non plus se trouver à la jonction de la ligne 1 ni de la ligne 3. Il est donc obligatoirement en d2.

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1			9			4			3
2			3	9	5	7			
3			8		3	1	2	9	
4	5				9		8		
5		2						4	
6			1		4				6
7		7	8	3		9		1	
8				4	2		9		
9	9						6		

Raisonnement 4 : Dans le carré intermédiaire d1-f3, le chiffre 3 ne peut se situer ni sur la ligne 1 (à cause du 3 en i1), ni sur la colonne d (à cause du 3 en d7). Il est donc en e3.

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1			9	2		4			3
2			3	9	5	7			
3			8		3	1	2	9	
4	5				9		8		
5		2						4	
6			1		4				6
7		7	8	3		9		1	
8				4	2		9		
9	9						6		

Raisonnement 5 : Dans le même carré intermédiaire d1-f3, le chiffre 2 ne peut pas être placé sur la colonne e (à cause du 2 en e8), ni sur la ligne 3 (à cause du 2 en g3). Il ne peut donc être situé qu'en d1.

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1			9	2	8	4			3
2			3	9	5	7			
3			8		6	3	1	2	9
4	5				9		8		
5		2						4	
6			1		4				6
7		7	8	3		9		1	
8				4	2		9		
9	9						6		

Raisonnement 6 : Dans le même carré intermédiaire d1-f3, le chiffre 8 ne peut pas être à la jonction de la ligne 3 (à cause du 8 en b3). Il est donc en e1, et le 6 ne peut pas être ailleurs qu'en d3.

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1			9	2	8	4			3
2	2		3	9	5	7			
3			8		6	3	1	2	9
4	5				9		8		
5		2						4	
6			1		4				6
7		7	8	3		9		1	
8				4	2		9		
9	9						6		

Raisonnement 7 : Dans le carré intermédiaire a1-c3, le chiffre 2 ne peut se trouver ni sur la ligne 1, ni sur la ligne 3, ni sur la colonne b car elles en ont déjà un. Le chiffre 2 est donc nécessairement en a2.

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1			9	2	8	4			3
2	2		3	9	5	7			
3			8		6	3	1	2	9
4	5				9		8		
5		2						4	
6			1		4				6
7		7	8	3	6	9		1	
8				4	2		9		
9	9						6		

Raisonnement 8 : Dans la colonne e, il manque le 1, le 6 et le 7. Mais à la jonction de la ligne 7, le 1 et le 7 sont impossibles. La case e7 est donc celle du chiffre 6.

etc.



Mais à partir de la 22^{ème} étape, il n'est plus possible de progresser par raisonnement direct, d'où la nécessité de formuler une hypothèse (représentée en **rose** ainsi que ses conséquences).

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1		5	9	2	8	4			3
2	2		3	9	5	7	4		
3	7	8	4	6	3	1	2	9	5
4	5	4			9		8	2	
5		2						4	9
6		9	1		4			5	6
7	4	7	8	3	6	9	5	1	2
8			5	4	2		9		
9	9		2				6		4

Situation à la 22^{ème} étape

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1		5	9	2	8	4			3
2	2		3	9	5	7	4		1
3	7	8	4	6	3	1	2	9	5
4	5	4			9		8	2	
5		2						4	9
6		9	1		4			5	6
7	4	7	8	3	6	9	5	1	2
8			5	4	2		9		
9	9		2				6		4

Hypothèse : dans le carré intermédiaire g1-i3, le chiffre 1 ne peut être situé qu' en g1 ou i2. Adoptons l'hypothèse selon laquelle il est en i2.

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1		5	9	2	8	4			3
2	2		3	9	5	7	4	8	1
3	7	8	4	6	3	1	2	9	5
4	5	4			9		8	2	
5		2						4	9
6		9	1		4			5	6
7	4	7	8	3	6	9	5	1	2
8			5	4	2		9		
9	9		2				6		4

Raisonnement 23 : dans le même carré intermédiaire g1-i3, le chiffre 8 ne peut pas être situé sur la ligne 1. On peut en déduire qu'il est situé en h2.

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1		5	9	2	8	4			3
2	2	6	3	9	5	7	4	8	1
3	7	8	4	6	3	1	2	9	5
4	5	4			9		8	2	
5		2						4	9
6		9	1		4			5	6
7	4	7	8	3	6	9	5	1	2
8			5	4	2		9		
9	9		2				6		4

Raisonnement 24: sur la ligne 2, on peut placer à coup sûr le chiffre 6 en b2.

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	1	5	9	2	8	4			3
2	2	6	3	9	5	7	4	8	1
3	7	8	4	6	3	1	2	9	5
4	5	4			9		8	2	
5		2						4	9
6		9	1		4			5	6
7	4	7	8	3	6	9	5	1	2
8			5	4	2		9		
9	9		2				6		4

Raisonnement 25 : dans le carré intermédiaire a1-c3, on peut donc également placer à coup sûr le chiffre 1 en a1.

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	1	5	9	2	8	4			3
2	2	6	3	9	5	7	4	8	1
3	7	8	4	6	3	1	2	9	5
4	5	4			9		8	2	7
5		2						4	9
6		9	1		4			5	6
7	4	7	8	3	6	9	5	1	2
8			5	4	2		9		8
9	9		2				6		4

Raisonnement 26 : dans la colonne i, il manque le chiffre 7 et le chiffre 8. Le 8 ne peut pas être en i4, puisqu'il y en a déjà un dans ce carré intermédiaire. Il ne peut donc être qu'en i8, et le 7 en i4.

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	1	5	9	2	8	4	7	6	3
2	2	6	3	9	5	7	4	8	1
3	7	8	4	6	3	1	2	9	5
4	5	4			9		8	2	7
5		2						4	9
6		9	1		4			5	6
7	4	7	8	3	6	9	5	1	2
8			5	4	2		9		8
9	9		2				6		4

Raisonnement 27 : sur la ligne 1, il manque le chiffre 6 et le chiffre 7. Comme le 6 ne peut pas être en g1, il ne peut être qu'en h1, et donc le chiffre 7 en g1.

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	1	5	9	2	8	4	7	6	3
2	2	6	3	9	5	7	4	8	1
3	7	8	4	6	3	1	2	9	5
4	5	4			9		8	2	7
5		2					1	4	9
6		9	1		4		3	5	6
7	4	7	8	3	6	9	5	1	2
8			5	4	2		9		8
9	9		2				6		4

Raisonnement 28 : dans la colonne g, il manque le chiffre 1 et le chiffre 3. Comme le 1 ne peut pas être en g6, il est nécessairement en g5, et le 3 en g6.

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	1	5	9	2	8	4	7	6	3
2	2	6	3	9	5	7	4	8	1
3	7	8	4	6	3	1	2	9	5
4	5	4	6	1	9	3	8	2	7
5		2	7				1	4	9
6		9	1		4		3	5	6
7	4	7	8	3	6	9	5	1	2
8			5	4	2		9		8
9	9		2				6		4

Raisonnement 29 : sur la ligne 4, il manque les chiffres 1 et 3. Comme le 3 ne peut pas être à la jonction de la colonne d, il est nécessairement en f4, et le 1 en d4.

Mais à l'étape suivante, on constate qu'il est impossible de continuer en respectant les règles. L'hypothèse que l'on avait posée avec le chiffre 1 en i2 était donc fautive.

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	1	5	9	2	8	4	7	6	3
2	2	6	3	9	5	7	4	8	1
3	7	8	4	6	3	1	2	9	5
4	5	4	6	1	9	3	8	2	7
5		2	7		?		1	4	9
6		9	1		4		3	5	6
7	4	7	8	3	6	9	5	1	2
8			5	4	2		9		8
9	9		2				6		4

Raisonnement 30 : dans la colonne e, il manque les chiffres 1 et 7. Mais comme la ligne 5 contient déjà ces deux chiffres, la case e5 ne peut être ni un 1 ni un 7. Il est impossible de poursuivre.

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1		5	9	2	8	4	1	7	3
2	2		3	9	5	7	4		
3	7	8	4	6	3	1	2	9	5
4	5	4			9		8	2	
5		2						4	9
6		9	1		4			5	6
7	4	7	8	3	6	9	5	1	2
8			5	4	2		9		
9	9		2				6		4

Raisonnement 31 : si l'hypothèse du chiffre 1 en i2 aboutit à une impossibilité, il faut le placer en g1 (c'est la seule autre possibilité).

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	6	5	9	2	8	4	1	7	3
2	2		3	9	5	7	4		
3	7	8	4	6	3	1	2	9	5
4	5	4			9		8	2	
5		2						4	9
6		9	1		4			5	6
7	4	7	8	3	6	9	5	1	2
8			5	4	2		9		
9	9		2				6		4

Raisonnement 32 : sur la ligne 1, il ne manque que les chiffres 6 et 7. Comme le 7 ne peut pas être sur la colonne a, il ne peut être qu'en h1, et le 6 en a1.

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	6	5	9	2	8	4	1	7	3
2	2	1	3	9	5	7	4		
3	7	8	4	6	3	1	2	9	5
4	5	4			9		8	2	
5		2						4	9
6		9	1		4			5	6
7	4	7	8	3	6	9	5	1	2
8			5	4	2		9		
9	9		2				6		4

Raisonnement 33 : dans le carré intermédiaire a1-c3, le chiffre manquant en b2 ne peut être que le 1.

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	6	5	9	2	8	4	1	7	3
2	2	1	3	9	5	7	4	6	8
3	7	8	4	6	3	1	2	9	5
4	5	4			9		8	2	
5		2						4	9
6		9	1		4			5	6
7	4	7	8	3	6	9	5	1	2
8			5	4	2		9		
9	9		2				6		4

Raisonnement 34 : sur la ligne 2, il ne manque que les chiffres 6 et 8. Comme le 6 ne peut pas être sur la colonne i, il est nécessairement en h2, et le 8 en i2

etc. →

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
1	6	5	9	2	8	4	1	7	3
2	2	1	3	9	5	7	4	6	8
3	7	8	4	6	3	1	2	9	5
4	5	4	6	7	9	3	8	2	1
5	8	2	7	5	1	6	3	4	9
6	3	9	1	8	4	2	7	5	6
7	4	7	8	3	6	9	5	1	2
8	1	6	5	4	2	8	9	3	7
9	9	3	2	1	7	5	6	8	4

Encore un peu de patience, et après 40 étapes de raisonnement...

...on arrive avec fierté et soulagement à la solution finale.

