

Les enfants, dans leur famille, apprennent souvent à compter avant même d’aller à l’école. Les professeurs doivent donc être très vigilants : un élève qui compte jusqu’à huit quand il y a huit objets à dénombrer n’a pas forcément compris que le dernier mot-nombre prononcé indique la quantité d’objets. Certains élèves qui connaissent la suite des nombres ne savent pas qu’il est fondamental de compter tous les objets de la collection une et une seule fois – ce que Briand appelle *énumération*⁵⁹ –, et que cela nécessite d’organiser le comptage. Des moyens pour évaluer de telles acquisitions figurent dans la partie 3.

Analyses de situations

« Les voyageurs » : vers la fonction cardinale du nombre

Après un temps de familiarisation avec le matériel, chaque élève dispose d’une boîte qui représente un wagon et au fond de laquelle est posée une fiche amovible avec des ronds dessinés qui représentent les sièges des voyageurs (voir figure 2). Une autre boîte, contenant les voyageurs, est posée dans un coin de la classe ; depuis cet endroit, on ne voit pas le fond du wagon. Un quai est matérialisé sur le côté du wagon. L’enseignant donne aussi un petit panier à chaque élève pour rapporter les voyageurs.

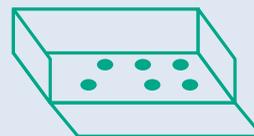


Figure 2. Boîte représentant le wagon et les sièges.

L’objectif de l’élève sera de rapporter autant de voyageurs qu’il y a de sièges dans le wagon. L’élève devra donc constituer une collection de voyageurs de même cardinal que la collection de sièges. L’éloignement du wagon et de la réserve de voyageurs contraint l’élève à trouver un moyen de garder la mémoire de la quantité. La situation vise ainsi la mise en fonctionnement de la fonction cardinale du nombre.

Consigne donnée aux élèves : « Tu dois aller chercher, en une fois, des voyageurs pour qu’il y ait un voyageur par siège, pas de siège sans voyageur, pas de voyageur sans siège. Tu utilises ton panier pour rapporter les voyageurs. »

⁵⁹ — Briand Joël, « Enseigner l’énumération en moyenne section », *Grand N*, n° 66, p. 7-22, 2000.

LA CONSIGNE

La formulation « il doit y avoir un voyageur par siège, pas de voyageur sans siège, pas de siège sans voyageur » exprime **la condition de la réussite**. Cette condition permet aux élèves de valider ou d'invalider seuls leur production. Il est très important que l'élève comprenne que sa réussite relève du respect ou non de ces conditions posées au départ⁶⁰.

Cette formulation peut sembler redondante, mais elle présente plusieurs avantages. C'est d'abord une façon non ambiguë de demander de prendre le même nombre de voyageurs que de ronds sans utiliser les mots « combien », « nombre » ou « autant ». Ces mots risqueraient en effet d'orienter les élèves vers des procédures de dénombrement sans qu'ils ressentent vraiment cette nécessité mathématique. Par ailleurs, le mot « autant » peut être inconnu ou mal compris des jeunes élèves.

La consigne donnée correspond à une situation d'action visant la construction du nombre comme mémoire de la quantité. La consigne « Lucie va maintenant aller chercher les voyageurs à ta place. À toi de lui donner les informations pour cela. Il faut toujours un voyageur par place, pas de place sans voyageur, pas de voyageur sans place. » correspond à une situation de formulation qui sera utilement proposée dans le prolongement de la situation d'action pour pousser l'élève à formuler la quantité de voyageurs à aller chercher. Selon les contraintes que l'on pose sur la façon de formuler (communiquer oralement ou par écrit la quantité, donner l'étiquette-nombre correspondant à la quantité, etc.), des connaissances différentes sont convoquées. Attention : un élève qui lèverait autant de doigts que de ronds dans la situation d'action pourrait dessiner autant de croix que de ronds dans la situation de formulation écrite, il conviendrait alors de valider sa procédure et d'exiger une formulation orale ou de demander une étiquette de nombre pour l'aider à passer de la représentation analogique de la quantité au nombre.

Lors de la présentation de la situation, l'enseignant explique et montre comment « jouer » en tenant compte des contraintes. Il s'appuie alors sur un exemple, comme la grille de quatre sièges, et simule une réussite et un échec afin d'introduire, dès la situation de dévolution, les moyens de l'auto-validation. Si un élève comprend qu'il faut prendre systématiquement quatre passagers, le changement de fiche le conduira à prendre en considération les contraintes du milieu et à ainsi mieux comprendre le problème posé.

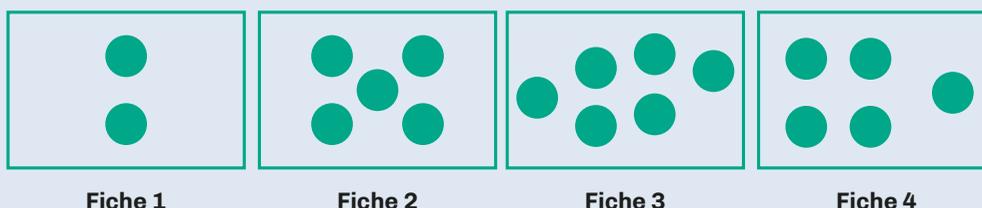
LES VARIABLES DIDACTIQUES

La fiche amovible où sont dessinés les sièges n'est pas visible depuis l'endroit où est située la réserve de voyageurs ; elle ne peut pas être emportée par l'élève. Ces conditions évitent qu'il prenne un voyageur par siège sans utiliser le nombre. L'élève n'a pas non plus le droit de faire des allers et retours en prenant les voyageurs un à un.

Les sièges sont dessinés sur les fiches. L'élève ne peut donc pas réorganiser cette collection pour la dénombrer plus facilement. Le nombre de sièges dessinés et leur

⁶⁰ — Hersant Magali, « Faire des mathématiques à l'école maternelle : à quelles conditions ? », *Grand N*, n° 110, p. 5-19, 2022.

disposition influencent les procédures qui seront utilisées pour dénombrer, et les connaissances nécessaires pour cela. Ces fiches sont donc des leviers pour faire évoluer les procédures des élèves, on dit que ce sont des **variables didactiques**. La première de leurs fonctions est d'adapter la tâche aux acquis des élèves. Ainsi, les fiches 1 et 2 permettent de reconnaître la quantité par perception visuelle immédiate (par *subitizing*⁶¹ pour la fiche 1 et par reconnaissance de la constellation du dé pour la fiche 2). La collection représentée sur la fiche 3 n'est pas organisée, l'élève va devoir compter pour dénombrer. Avec la fiche 4, l'élève peut constituer la collection de voyageurs en retenant qu'il en faut 4 et encore 1, ce qui est une façon de désigner la quantité de voyageurs, même si cette désignation ne dit pas combien.



Fiches 1, 2, 3, 4. Fonds de boîte pour la situation des voyageurs.

Dans la situation d'action, le matériel disponible pour garder la mémoire de la quantité est une variable didactique. Si les élèves ne disposent pas de matériel auxiliaire (papier et crayon par exemple), hormis leurs doigts, ils ne pourront pas constituer de collection intermédiaire (par exemple dessiner autant de ronds que de sièges). Ils seront ainsi conduits à dénombrer la quantité de sièges. Donner le panier dès le départ constitue un moyen de limiter les possibilités d'utiliser les doigts comme collection intermédiaire.

LA DIFFÉRENCE ENTRE « FAIRE » À L'ÉCOLE ET « APPRENDRE » À L'ÉCOLE

Comme celles que nous avons analysées, les situations conçues pour l'école maternelle reposent souvent sur du matériel. Celui-ci est pensé pour que les élèves réalisent les tâches proposées grâce à leurs actions. Il est aussi pensé pour que les élèves construisent les connaissances qui sous-tendent ces actions. Cela n'a rien d'automatique : comme le montrent différentes recherches⁶², il ne suffit pas que les élèves agissent pour qu'ils apprennent de leurs actions. Certains élèves n'ont pas compris qu'ils ont à apprendre de ce qu'ils ont fait, ils croient que seule la réussite est importante et, par conséquent, ils ne comprennent pas les enjeux de l'institutionnalisation.

⁶¹ — Cf. note 13.

⁶² — Coulange Lalina, « Les pratiques langagières au cœur de l'institutionnalisation de savoirs mathématiques », *Spirale – Revue de recherches en éducation*, n° 54, p. 9-27, 2014.
Margolinas Claire, « Essai de généalogie en didactique des mathématiques », INRP, UMR ADEF, Marseille, 2004.
Perrin-Glorian Marie-Jeanne, « Questions didactiques soulevées à partir de l'enseignement des mathématiques dans les classes "faibles" », *Recherches en didactique des mathématiques*, n° 13(1, 2), p. 5-118, 1993.

Par exemple, dans la situation du voyageur, la « plate-forme » est un moyen de différer le passage de l'action (rapporter des voyageurs) à la validation (installer les voyageurs sur les sièges). Quand les voyageurs sont posés sur la plate-forme, l'enseignant peut poser la question : « Est-ce que tu penses que tu as bien un passager par siège, pas de siège sans passager et pas de passagers sans siège ? » L'élève aura alors la possibilité de réfléchir une nouvelle fois à ce qui est attendu, y compris de recommencer si, par exemple, il a rapporté des voyageurs sans se soucier de leur quantité. La plate-forme rend possible une intervention de l'enseignant pour aider les élèves à comprendre que la pensée doit précéder leur action, et qu'ils ont à apprendre de leur action.

« L'escargot » : vers la fonction ordinale du nombre

Quatorze cartes à jouer, dont le verso est identique, sont alignées sur une table ou sur le sol. À l'une des extrémités est positionné un disque bleu, à l'autre un disque rouge (voir figure 3). Un élève ferme les yeux. Pendant ce temps, à la vue des autres élèves, le professeur cache sous une des cartes un dessin d'escargot. L'élève qui a fermé les yeux doit retrouver où est caché l'escargot. Les autres élèves peuvent l'aider, mais n'ont pas le droit de montrer l'emplacement de la carte, ils peuvent seulement expliquer avec des mots.



Figure 3. Ligne de cartes orientée par les points de couleur.

L'objectif est que l'élève utilise le nombre pour repérer la position de la carte sous laquelle est caché l'escargot. C'est donc bien la fonction ordinale du nombre qui est travaillée ici. Attention, le nombre permet de repérer une carte à la condition d'indiquer à partir de quelle extrémité on commence à compter. Il est pour cela préférable de choisir un nombre de cartes pair. En effet, avec onze cartes par exemple, la formulation « l'escargot est sous la sixième carte » conduira à trouver l'escargot bien que le point de départ n'ait pas été précisé.